

LABORATORIUM Z PODSTAW KONSTRUKCJI MASZYN

ĆWICZENIE NR 3

WYZNACZANIE NIEOGRANICZONEJ WYTRZYMAŁOŚCI PODSTAWY ZĘBA NA ZMĘCZENIE DLA NAPRĘŻEŃ GNĄCYCH $\sigma_{F\lim}$

1. Cel ćwiczenia

- Zapoznanie się z metodą wyznaczania nieograniczonej wytrzymałości podstawy zęba na zmęczenie dla naprężeń gnących $\sigma_{F\lim}$ na stanowisku mocy zamkniętej;
- Wyznaczenie rodziny krzywych zmęczeniowych oraz wartości nieograniczonej wytrzymałości podstawy zęba na zmęczenie dla naprężeń gnących $\sigma_{F\lim}$ dla prawdopodobieństwa zniszczenia $P = 1\%$ (wg dwóch metod).

2. Wprowadzenie

Podstawowym parametrem koniecznym do przeprowadzenia obliczeń sprawdzających wytrzymałość zmęczeniową podstawy zęba na złamanie wg PN-ISO 6336/3 jest dopuszczalne naprężenie u podstawy zęba $\sigma_{FP\lim}$ dla zakresu nieograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej dla prawdopodobieństwa uszkodzenia $P = 1\%$ (czasem dopuszczalne naprężenie u podstawy zęba σ_{FPN} dla zakresu ograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej dla prawdopodobieństwa uszkodzenia $P = 1\%$). Dopuszczalne naprężenia u podstawy zęba $\sigma_{FP\lim}$ i σ_{FPN} odpowiednio dla zakresu nieograniczonej i ograniczonej wytrzymałości na zmęczenie wyznacza się dla danej nieograniczonej wytrzymałości podstawy zęba na zmęczenie dla naprężeń gnących się $\sigma_{F\lim}$.

Wg PN-ISO 6336 wartością $\sigma_{F\lim}$ jest obliczeniowe naprężenie zginające u podstawy zęba, jakie może przenieść materiał bez złamania zęba przez co najmniej $N_{F\lim} = 3 \cdot 10^6$ bazowej liczby cykli obciążenia przy zginaniu odzerowo tętniącym (rys. 1). Dopuszczalne naprężenia $\sigma_{FP\lim}$ i σ_{FPN} oblicza się ze wzorów [1]:

$$\sigma_{FP\lim} = \frac{\sigma_{F\lim} Y_{ST}}{S_{Fmin}} Y_{\delta relT} Y_{RrelT} Y_X \quad (1)$$

$$\sigma_{FPN} = \sigma_{FP\lim} \left(\frac{3 \cdot 10^6}{N} \right)^{\frac{1}{m_F}} \quad (2)$$

gdzie:

$\sigma_{F\lim}$ - nieograniczona wytrzymałość zmęczeniowa podstawy zęba, tj. graniczna wartość trwale przenoszonego miejscowego tętniącego naprężenia gnącego u podstawy zęba przy $N_{F\lim}$ cykli (wyznaczona doświadczalnie wg niniejszego ćwiczenia),

Y_{ST} - współczynnik korekcji naprężeń,

S_{Fmin} - minimalny wymagany współczynnik bezpieczeństwa ze względu na wytrzymałość podstawy zęba,

$Y_{\delta relT}$ - względny współczynnik wrażliwości na działanie karbu,

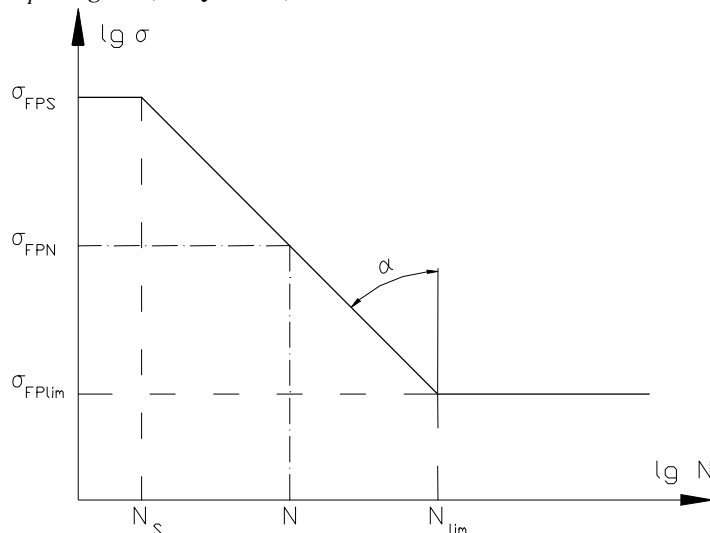
Y_{RrelT} - względny współczynnik stanu powierzchni obliczanego koła w odniesieniu do wymiarów

kół-próbek,

Y_X - współczynnik wielkości koła zębatego,

N - liczba cykli obciążenia w zakresie ograniczonej wytrzymałości na zmęczenie odpowiadająca naprężeniu,

m_F - współczynnik kierunkowy pochylonej części wykresu Wöhlera we współrzędnych logarytmicznych - $m_F = \operatorname{tg} \alpha$ (z wykresu).



Rys. 1. Zakresy wytrzymałości statycznej ($N < N_s$) i zmęczeniowej (ograniczonej ($N_s \leq N < N_{lim}$) i nieograniczonej ($N \geq N_{lim}$)) podstawy zęba

Znając wartość dopuszczalnego naprężenia u podstawy zęba σ_{FPlim} oraz współczynnika kierunkowego m_F można wyznaczyć także dopuszczalne naprężenie dla zakresu wytrzymałości statycznej σ_{FPS} (rys. 1).

Np. dla stali nawęglanych, węgloazotowanych lub tylko hartowanych powierzchniowo, azotowanych, żeliw sferoidalnych i żeliw szarych dla zakresu ograniczonej wytrzymałości na zmęczenie $N_s = 10^4 < N \leq N_{Flim} = 3 \cdot 10^6$ dopuszczalne naprężenie dla zakresu wytrzymałości statycznej σ_{FPS} oblicza się ze wzoru

$$\frac{1}{m_F} = \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{lg} \left(\frac{N_{Flim}}{N_s} \right)} \operatorname{lg} \frac{\sigma_{FPS}}{\sigma_{FPlim}} = 0,2876 \operatorname{lg} \frac{\sigma_{FPS}}{\sigma_{FPlim}}, \quad (3)$$

gdzie

N_{Flim} - teoretyczna graniczna liczba cykli, wg PN-ISO $N_{Flim} = 3 \cdot 10^6$,

N_s - liczba cykli odpowiadająca naprężeniu σ_{FPS} .

Norma PN-ISO 6336/5 dopuszcza kilka różnych sposobów wyznaczania nieograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej w zależności od wybranej metody obliczania wytrzymałości zębów kół zębatych. I tak dla najdokładniejszej metody A konieczne jest wyznaczenie wykresu Wöhlera z badań rzeczywistych par kół zębatych w rzeczywistych warunkach eksploatacyjnych. Następna metoda B stosowana jest dla dokładniejszych obliczeń, więc wymaga ona także danych wytrzymałościowych uzyskanych z badań kół-próbek na specjalnych stanowiskach mocy zamkniętej lub w ostateczności na pulsatorach. Dla pozostałych mniej dokładnych metod C i D

wystarczają wartości nieograniczonej wytrzymałości na zmęczenie uzyskane z badania płaskich próbek z karbem lub bez karbu (gładkich) przy zginaniu tętającym.

Istnieje bardzo dużo metod wyznaczania wykresu zmęczeniowego Wöhlera dla próbek lub rzeczywistych elementów maszyn. Ogólnie można je podzielić na badania przyspieszone (np. Locati), standardowe (klasyczne) i pełne (statystyczne). Badania przyspieszone pozwalają na wyznaczenie krzywej zmęczeniowej i wartości nieograniczonej wytrzymałości z mniejszą lub większą dokładnością w stosunkowo krótkim czasie. Badanie standardowe umożliwia określenie krzywej zmęczeniowej oraz granicy wytrzymałości σ_{Flim} tylko dla prawdopodobieństwa zniszczenia zmęczeniowego równego 50%. Wykorzystując natomiast wyniki pełnych badań zmęczeniowych można wyznaczyć rodzinę krzywych zmęczeniowych oraz wartości nieograniczonej wytrzymałości na zmęczenie σ_{FlimP} dla dowolnego prawdopodobieństwa zniszczenia P , odchylenie standardowe nieograniczonej wytrzymałości $S_{\sigma_{Flim}}$, średnią wartość $\overline{\lg N}$ oraz odchylenie standardowe logarytmu trwałości na dowolnym poziomie naprężeń wraz z funkcją rozkładu wytrzymałości nieograniczonej lub trwałości na dowolnym poziomie naprężeń. W zależności od wymagań co do jakości danych dla materiału na koła zębate można wybrać dowolną metodę badań, przy czym projekt PN-ISO 6336/5 klasyfikuje wszystkie materiały wg trzech stopni jakości: ML, MQ i ME (najniższa, średnia i najwyższa).

Do obliczeń sprawdzających wytrzymałość przekładni zębatych zalecana jest metoda B, tak więc w niniejszym ćwiczeniu wyznaczenie wytrzymałości zmęczeniowej przeprowadza się dla kół-próbek na stanowisku mocy zamkniętej (rys. 2).

Norma PN-ISO 6336/5 przewiduje następujące standardowe wymiary koła-próbki i standardowe warunki robocze:

moduł $m = 3 \div 5 \text{ mm}$ ($Y_X = 1$), przyjęto $m = 3 \text{ mm}$,

kąt pochylenia linii zęba $\beta = 0^\circ$ ($Y_\beta = 1$),

zarys odniesienia wg ISO 53

szerokość wieńca $b = 10 \div 50 \text{ mm}$, przyjęto $b = 18 \text{ mm}$,

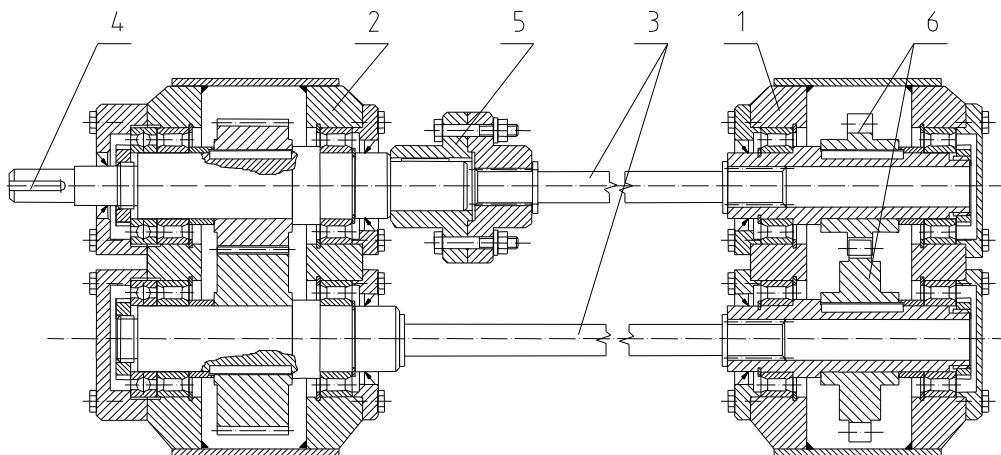
klasa dokładności wykonania: 4 do 7 wg ISO 1328 (PN-79/M-88522), przyjęto 6 klasę,

współczynnik korekcji naprężeń $Y_{ST} = 2$,

parametr karbu $q_{ST} = 2,5$ ($Y_{\delta_{relT}} = 1$),

wysokość chropowatości przy podstawie zęba $R_z = 10 \mu\text{m}$ ($R_{R_{relT}} = 1$),

współczynniki obciążenia $K_A = K_{F\alpha} = K_{F\beta} = 1$.



Rys. 2. Schemat stanowiska badawczego (mocy zamkniętej)
 1-przekładnia badana, 2-przekładnia zamykająca, 3-wałki skrętne, 4-walek wejściowy,
 5-sprzęgło napinające, 6-koła-próbki badane

W stanowisku mocy zamkniętej własnej konstrukcji zastosowano odległość osi $a = 100 \text{ mm}$, dzięki czemu jest ono także wykorzystywane do badania wytrzymałości boku zęba na zmęczenie stykowe (pitting) σ_{Hlim} . Pozostałe parametry kół-próbek do badania wytrzymałości podstawy zęba na zmęczenie dla naprężeń gnących σ_{Flim} przyjęto następujące: $z_1 = 29$, $z_2 = 37$, $x_1 = 0$, $x_2 = 0,349$.

3. Metoda standardowa wyznaczania σ_{Flim}

Badanie standardowe na uzyskanie krzywej zmęczeniowej (dla zakresu ograniczonej trwałości) na złamanie zmęczeniowe wymaga przeprowadzenia do 15 prób zmęczeniowych. W pierwszej próbie zakłada się poziom naprężeń $\sigma_1 = (0,5 \div 0,6)R_m$. Następny poziom zależy od liczby cykli niszczących N_1 pierwszego koła-próbki. W przypadku gdy $N_1 < 10^5$ cykli wtedy zaleca się przyjmować naprężenie dla drugiej próby $\sigma_2 = \sigma_1 - 20 \text{ MPa}$, a w przeciwnym przypadku $\sigma_2 = \sigma_1 + 20 \text{ MPa}$. Naprężenie trzeciej próby dobiera się zależnie od liczby cykli niszczących pierwszej N_1 i drugiej próbki N_2 . Jeżeli N_1 (lub N_2) $= 5 \cdot 10^4 \div 2 \cdot 10^5$ cykli to $\sigma_3 \approx 0,8 \sigma_1$ (albo $\sigma_3 \approx 0,8 \sigma_2$), natomiast jeżeli N_1 (lub N_2) $> 2 \cdot 10^5$ to $\sigma_3 \approx 0,9 \sigma_1$ (albo $\sigma_3 \approx 0,9 \sigma_2$). Kolejny czwarty poziom naprężeń określa się na podstawie wyników poprzedniej próby. Mianowicie jeżeli ząb trzeciej próbki wyłamał się zmęczeniowo przy liczbie cykli $N_3 < 3 \cdot 10^6$, to $\sigma_4 = \sigma_3 - (20 \div 30) \text{ MPa}$. Jeżeli nie wyłamał się do granicznej (bazowej) liczby cykli $N_{Flim} = 3 \cdot 10^6$, to przyjmuje się $\sigma_4 = 0,5 \cdot (\sigma_1 + \sigma_3)$ dla przypadku gdy $\sigma_1 > \sigma_2$, albo $\sigma_4 = 0,5 \cdot (\sigma_1 + \sigma_2)$ gdy $\sigma_2 > \sigma_1$. Ponieważ wartość naprężenia σ_4 jest już bliska wartości nieograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej σ_{Flim} , więc naprężenie dla piątego koła-próbki przyjmuje się na poziomie $\sigma_5 = 0,5 \cdot (\sigma_3 + \sigma_4)$, przy czym przy naprężeniu σ_3 lub σ_4 powinna ulec zniszczeniu zmęczeniowemu tylko jedna z poprzednich próbek przed osiągnięciem bazowej liczby cykli. Granicą nieograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej (bazową) σ_{Flim} odpowiadającą 50% prawdopodobieństwu zniszczenia jest rzędna punktu przecięcia się

wyznaczonej linii trwałości zmęczeniowej wykreślonej w układzie współrzędnych $lg \sigma_F - lg N_F$ (lub rzadziej $\sigma_F - lg N_F$) z prostą (pionową) $lg N_F = lg N_{F lim}$.

Ponieważ metoda ta nie pozwala na wyznaczenie granicy nieograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej (bazowej) $\sigma_{F lim}$ odpowiadającej innemu niż 50% prawdopodobieństwu zniszczenia, więc nadaje się tylko do badań materiałów przeznaczonych na elementy maszyn mniej odpowiedzialnych od kół zębatach, czyli takich gdzie wystarczy właśnie 50% prawdopodobieństwo zniszczenia.

4. Metoda wyznaczania $\sigma_{F lim}$ wg badań pełnych (statystycznych)

Wyniki badań zmęczeniowych podlegają dużym rozrzutom i to tym większym im mniejszy jest poziom naprężenia. Głównymi przyczynami tego zjawiska są różnice w mikrostrukturze próbek, i to nawet pochodzących z tego samego wytopu oraz różnice w ich technologii wykonania oraz warunków badania. Dlatego też w celu uzyskania pełnych charakterystyk wytrzymałości i trwałości zmęczeniowej materiału lub rzeczywistego elementu (dla dowolnych prawdopodobieństw zniszczenia) należy przeprowadzać badania statystyczne tj. badania większej liczby próbek.

Planowanie takich badań oraz następną analizę wyników sprowadza się do następujących etapów [2, 3]:

- 1) określenie parametrów metody badań (liczby poziomów), wybór stanowiska i wymiarów kół-próbek,
- 2) planowanie badań (dobór odpowiedniej liczby kół-próbek w zależności od wymaganej dokładności badań),
- 3) wykonanie badań zmęczeniowych,
- 4) opracowanie wyników badań (analityczne bądź wykreślne),
- 5) graficzne przedstawienie wyników badań (wykreślenie pełnego wykresu zmęczeniowego dla różnych prawdopodobieństw zniszczenia).

Do otrzymania rodziny krzywych zmęczeniowych badania należy prowadzić przynajmniej na pięciu poziomach naprężeń. W przeciwieństwie do badań standardowych, tutaj zaczyna dobierać się wartości naprężeń od poziomu minimalnego. I tak minimalne naprężenia ustala się tak, aby do granicznej liczby cykli $N_{F lim}$ uzyskano (5 ÷ 15)% prób pozytywnych (zakończonych wyłamaniem zęba). Drugi poziom powinien zapewnić już (40 ÷ 60)% wyników pozytywnych. Następnie ustala się maksymalną wartość naprężenia wykorzystując ograniczenie na minimalną liczbę cykli $N_s = 10^4$ i pozostałe poziomy naprężeń rozdziela się równomiernie w przedziale zawartym między poziomem drugim i ostatnim. Wyniki tych badań umożliwiają wykreślenie rodziny krzywych rozkładu trwałości we współrzędnych $P - lg N_F$ z parametrem σ_F (uwaga oś rzędnych P jest normalną siatką prawdopodobieństwa [2, 3, 5]) a następnie $lg \sigma_F - lg N_F$ (z parametrem P) [2, 3, 4].

Rodzinę charakterystyk nieograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej odpowiadających różnym prawdopodobieństwom zniszczenia P (PN-ISO 6336 wymaga wartości $\sigma_{F lim}$ dla $P = 1\%$) wyznaczają rzędne punktów przecięcia się wyznaczonych linii trwałości zmęczeniowej z prostą pionową $lg N_F = lg N_{F lim}$.

W trakcie badań zmęczeniowych wszystkie koła-próbki bada się na tym samym stanowisku, kontrolując co pewien czas stabilność zadawanych poziomów naprężenia. Kryterium dla

wyznaczenia krzywych zmęczeniowych jest całkowite zmęczeniowe wyłamanie się zęba zębniaka. Mając na uwadze wpływ pittingowania się powierzchni zębów na ich wytrzymałość na złamanie, należy wykluczać z badań te pary kół-próbek, na zębach których sumaryczna powierzchnia zniszczenia przekroczy 2% sumy czynnej powierzchni bocznej zębów współpracującej pary. Innym powodem odrzucenia koła-próbki jest wystąpienie jamek pittingu na jednym zębie o powierzchni przekraczającej 8% jego czynnej powierzchni lub też pojawienie się wykruszania zęba w miejscu przełomu zmęczeniowego, czyli przy podstawie zęba.

5. Statystyczne opracowanie wyników badań

5.1. Analityczny sposób wyznaczenia wykresu zmęczeniowego w ujęciu probabilistycznym

Wykresy zmęczeniowe materiałów lub części maszyn w półlogarytmicznym lub logarytmicznym układzie współrzędnych są w przybliżeniu liniami prostymi, dzięki czemu opracowanie wyników badań zmęczeniowych prowadzi się w ramach liniowych zależności między rozpatrywanymi parametrami. Zakłada się przy tym, że naprężenia lub ich logarytmy są wielkościami zdeterminowanymi, narzucanymi przy planowaniu badań. Wtedy logarytmy liczby cykli są wielkościami losowymi o normalnym rozkładzie prawdopodobieństwa. Dla ustalenia zależności między naprężeniem lub logarytmem naprężenia a logarytmem trwałości stosuje się analizę regresji [2, 3, 4].

Równanie teoretycznej linii regresji przedstawia się w postaci (dla podwójnie logarytmicznego układu współrzędnych):

$$\eta = \delta + \beta \cdot (x - \bar{x}) \quad (4)$$

gdzie $\eta = E(Y/x)$ jest warunkową wartością oczekiwaną wielkości logarytmu trwałości $\lg N = Y$ przy ustalonym logarytmie naprężenia $\lg \sigma = X = x$.

Oszacowaniem teoretycznej linii regresji jest doświadczalna linia regresji o równaniu

$$Y = a + b \cdot (x - \bar{x}) \quad (5)$$

gdzie stałe regresji a i b wynoszą (dla m poziomów naprężenia i n_i prób na i -tym poziomie naprężenia, $i = 1, \dots, m$):

$$a = \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{y}_i}{m}, \quad b = \frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x}) \cdot \bar{y}_i}{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2}, \quad (6)$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^m x_i}{m}, \quad \bar{y}_i = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} y_j}{n_i}, \quad (7)$$

$$y_i = \lg N_i, \quad x_i = \lg \sigma_i. \quad (8)$$

Założoną liniowość krzywej regresji sprawdza się za pomocą następującej zależności:

$$F = \frac{s_2^2}{s_1^2}, \quad (9)$$

gdzie s_1^2 - uśredniona wariancja z próby, s_2^2 - wariancja dla doświadczalnej linii regresji

$$s_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^m n_i - m}, \quad s_2^2 = \frac{\sum_{i=1}^m (\bar{y}_i - Y_i)^2}{m - 2}. \quad (10)$$

Jeżeli obliczona wartość F nie przewyższa wartości krytycznej $F_{1-\alpha}$ (odczytywanej z tablic statystycznych) dla zadanego poziomu istotności α i stopni swobody $k_1 = \sum_{i=1}^m n_i - m$ oraz $k_2 = m - 2$, to liniowość potwierdza się.

Uwaga: $F = 2,77$ dla $k_1 = 3$, $k_2 = 58$ oraz $1 - \alpha = 5\%$.

Wtedy powyższe dwie wariancje można zastąpić jedną obliczaną ze wzoru:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - Y_i)^2}{\sum_{i=1}^m n_i - 2} \quad (11)$$

wykorzystywaną do określenia wariancji parametrów a i b równania doświadczalnej linii regresji oraz wartości Y :

$$s_a^2 = \frac{s^2}{m} \quad s_b^2 = \frac{s^2}{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2} \quad (12)$$

$$s_Y^2 = s_a^2 + s_b^2 \cdot (x - \bar{x})^2. \quad (13)$$

Hipotezę zerową o istnieniu związku między badanymi wielkościami sprawdza się za pomocą testu t-Studenta. W tym celu oblicza się

$$t = \frac{b}{s_b}, \quad (14)$$

które porównuje się z wartością tablicową $t_{\alpha,k}$ odpowiadającą poziomowi istotności α i liczbie

stopni swobody $k = \sum_{i=1}^m n_i - 2$.

Uwaga: dla $k > 30$ $t_{\alpha,k} = z_{1-\alpha/2}$ ($z_{1-\alpha/2}$ - wg tablicy 1).

Jeśli $|t| \geq t_{\alpha,k}$, to hipotezę zerową przyjmuje się.

Przedziały ufności dla parametrów równanie teoretycznej linii regresji oblicza się z zależności:

$$a - t_{\alpha/2,k} \cdot s_a < \delta < a + t_{\alpha/2,k} \cdot s_a, \quad (15)$$

$$b - t_{\alpha/2,k} \cdot s_b < \beta < b + t_{\alpha/2,k} \cdot s_b, \quad (16)$$

$$Y - t_{\alpha/2,k} \cdot s_Y < \eta < Y + t_{\alpha/2,k} \cdot s_Y, \quad (17)$$

gdzie $t_{\alpha/2,k}$ - stabilizowana wartość, którą zmienna losowa o rozkładzie t-Studenta i parametrze (liczbie stopni swobody) k przekroczy z prawdopodobieństwem $\alpha/2$. Do wykreślenia krzywych zmęzeniowych odpowiadających różnym prawdopodobieństwom zniszczenia (na i -tym poziomie naprężeń) należy skorzystać ze wzoru:

$$Y_{iP} = Y_i + z_P \cdot s_i \quad (18)$$

gdzie $s_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2}{n_i - 1}$, $Y_i = a + b \cdot (x_i - \bar{x})$

z_P - kwantyl dla prawdopodobieństwa P (np. $z_{1\%} = -2,326$, $z_{99\%} = 2,326$).

Tablica 1. Wartości kwantyla z_P dla prawdopodobieństwa P standaryzowanego rozkładu normalnego i lognormalnego

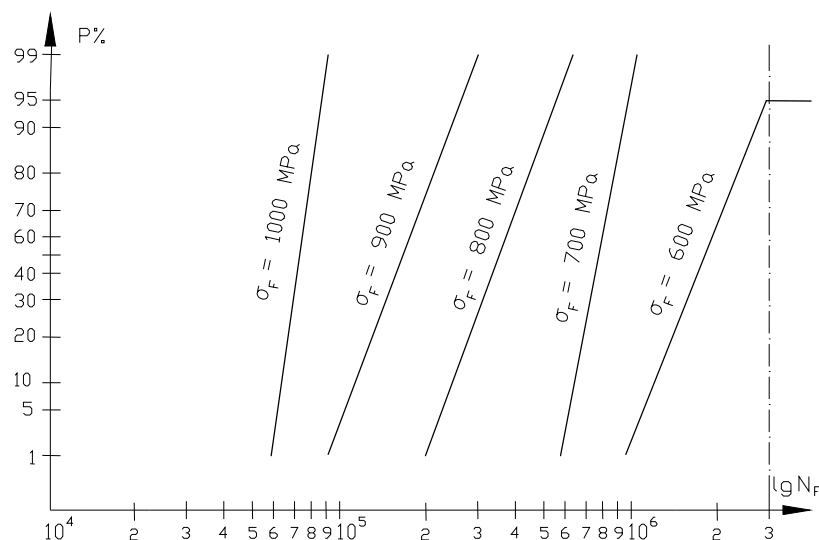
$P \%$	z_P	$P \%$	z_P	$P \%$	z_P	$P \%$	z_P
0	$-\infty$	5	-1,645	50	0	97,5	1,960
0,01	-3,719	10	-1,282	60	0,253	99	2,326
0,1	-3,090	20	-0,842	70	0,524	99,5	2,576
0,5	-2,576	30	-0,524	80	0,842	99,9	3,090
1	-2,326	40	-0,253	90	1,282	99,99	3,719
2,5	-1,960			95	1,645	1	$+\infty$

5.2. Wykreślny sposób wyznaczenia wykresu zmęzeniowego w ujęciu probabilistycznym

W związku z wprowadzaniem nowych norm ISO do obliczania wytrzymałości kół zębatych walcowych i stożkowych (odpowiednio ISO 6336 i ISO 10300) konieczne jest wyznaczenie wytrzymałości zmęzeniowej kół-próbek $\sigma_{Flim1\%}$ dla 1 % prawdopodobieństwa zniszczenia.

Parametr ten jest rzędną punktu przecięcia się nachylonej prostej wykresu zmęzeniowego odpowiadającej 1 % prawdopodobieństwu zniszczenia oraz prostej pionowej równej bazowej liczbie cykli $N_{Flimb} = 3 \cdot 10^6$.

Jedną z metod wyznaczania prostej nachylonej wykresu zmęczeniowego odpowiadającą dowolnemu prawdopodobieństwu zniszczenia (oczywiście różnemu od 50 %) opiera się na wykorzystaniu kwantyla potrzebnego prawdopodobieństwa w równości $Y_{iP} = Y_i + z_P \cdot s_i$ (podanej w poprzednim rozdziale). Bardziej praktyczną metodą polega na wykreślaniu na podstawie wyników badań zmęczeniowych charakterystyk w układzie $P\% - \lg N_F$ ($P\%$ - prawdopodobieństwo zniszczenia) z parametrem poziomu naprężenia σ_F - rys. 3 [2, 4].



Rys. 3. Siatka prawdopodobieństwa dla rozkładu normalnego logarytmów trwałości zmęczeniowej

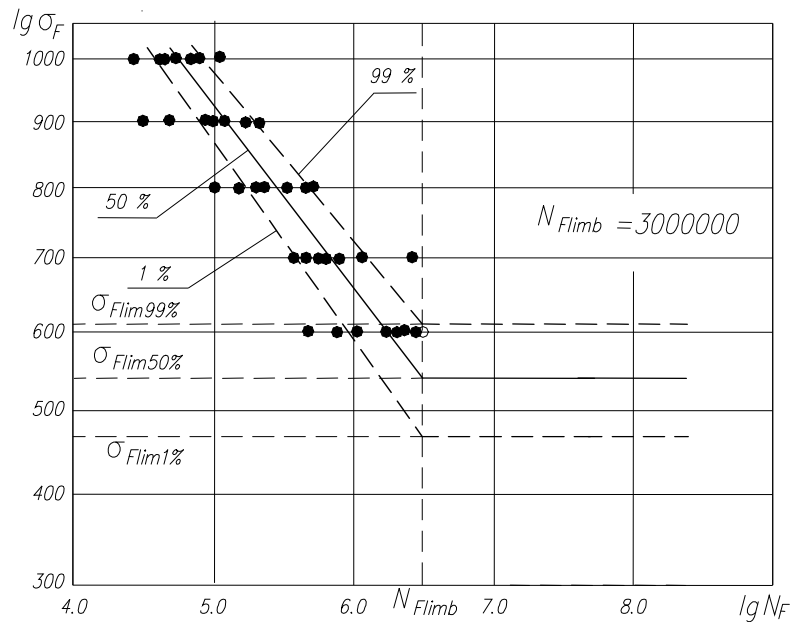
Rzędniemi punktów wyznaczających rozkłady trwałości dla poszczególnych poziomów naprężeń σ_F są prawdopodobieństwa zniszczenia koła – próbki wyznacza się ze wzoru [2, 3]:

$$P = \frac{i - 0,5}{n} \cdot 100\%, \quad (19)$$

gdzie i jest liczbą porządkową próby, n - liczbą próbek badanych na danym poziomie naprężeń σ_F . Kolejnemu prawdopodobieństwu wyznaczonemu z powyższego wzoru odpowiada logarytm liczby cykli do zniszczenia uporządkowanych w szereg wartości rosnących dla tego samego poziomu naprężenia:

$$\lg N_i \leq \lg N_{i+1}. \quad (20)$$

Mając taki wykres rozkładów logarytmów trwałości, w którym oś rzędnych ma podziałkę prawdopodobieństw odpowiadających rozkładowi normalnemu [2, 5], można już w prosty sposób wykreślić właściwy wykres zmęczeniowy odpowiadający zadanemu prawdopodobieństwu zniszczenia (rys. 4) [2, 3, 4].



Rys. 4. Wykres zmęczeniowy w ujęciu probabilistycznym

Uwaga: możliwe jest także wykreślenie wykresu dla dwu lub trójparametrowego rozkładu Weibulla trwałości zmęczeniowej [2, 5].

6. Literatura

1. Drewniak J.: Komputerowo wspomagane projektowanie przekładni zębatych, Wyd. Filii PŁ w Bielsku-Białej, Bielsko-Biała 2000
2. Drewniak J.: Probabilistyczny model obliczeniowy trwałości zmęczeniowej elementów i zespołów maszyn, Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej, Filii w Bielsku-Białej, 7, 1992
3. Drewniak J., Tomaszewski J.: Badanie wytrzymałości zmęczeniowej materiałów na koła zębate wg zaleceń normy ISO/DIS 6336/5, cz. 1, Wyznaczanie nieograniczonej wytrzymałości podstawy zęba na zmęczenie dla naprężeń gnących $\sigma_{F\lim}$; Zeszyty Naukowo-Techniczne OBR REDOR, Bielsko-Biała, 1996
4. Drewniak J. (red.), Laboratorium badania przekładni zębatych. Wydawnictwo PŁ Filii w Bielsku-Białej 2000
5. Smirnow M.N., Statistič'eskie metody obrabotki rezul'tatow mechanic'eskich ispytanij. Mas'inostroenie. Moskwa 1985
6. Benjamin J. R., Cornell C. A.: Rachunek prawdopodobieństwa, statystyka matematyczna i teoria decyzji dla inżynierów, WNT Warszawa 1977
7. Müller L. Przekładnie zębate-badania, WNT Warszawa 1974
8. Kocańda S., Szala J.: Podstawy obliczeń zmęczeniowych, PWN 1985
9. Niezgodziński M. E., Niezgodziński T.: Obliczenia zmęczeniowe elementów maszyn, PWN, Warszawa 1973

7. Instrukcja wykonania ćwiczenia

Wyznaczenie nieograniczonej wytrzymałości podstawy zęba na zmęczenie dla naprężeń gnących $\sigma_{F\lim}$ dla dowolnego prawdopodobieństwa zniszczenia P przeprowadza się wg następujących punktów:

- a) zapoznanie się z założeniami badań (materiał kół-próbek, obróbka cieplno-chemiczna, dokładność badań) – wpisanie danych do formularza pomiarowego, zapoznanie się z zasadą działania stanowiska mocy zamkniętej, zapoznanie się z instrukcją BHP na stanowisku, przygotowanie stanowiska do badań (sprawdzenie stanu kół zębatych w skrzynce zamykającej i łożysk tocznych, wałków, śrub mocujących, wymiana oleju w skrzynkach badanej i napędzającej),
- b) przyjęcie liczby próbek do badań zgodnie z planowaniem badań $n = 60$,
- c) przyjęcie wartości naprężeń poszczególnych poziomów, np. dla kół-próbek wykonanych ze stali 17HNM: $\sigma_5 = 1150 \text{ MPa}$, $\sigma_1 = 550 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = 700 \text{ MPa}$, $\sigma_3 = 850 \text{ MPa}$, $\sigma_4 = 1000 \text{ MPa}$, obliczenie momentów napinających sprzęgło stanowiska odpowiadających naprężeniom poszczególnych poziomów,
- d) rozdział całkowitej liczby próbek na poszczególne poziomy (określenie v_i) – równomierny ($v_i = 0,2$ dla $i = 1, \dots, 5$) lub nierównomierny symetryczny (bardziej prawidłowy),

$$v_1 = v_5 = \frac{n_1}{n} = \frac{n_5}{n} = 0,25, \quad v_2 = v_4 = \frac{n_2}{n} = \frac{n_4}{n} = 0,2, \quad v_3 = \frac{n_3}{n} = 0,1,$$

- e) przeprowadzenie badań zmęczeniowych kół próbek począwszy od poziomu najniższego do poziomu najwyższego, zapisywanie wyników badań w tabeli 1 formularza pomiarowego,
- f) wykreślenie krzywych zmęczeniowych w ujęciu probabilistycznym (dwoma sposobami),
- g) opracowanie formularza pomiarowego, analiza uzyskanych wyników i opracowanie wniosków z badań.

3. Wyznaczenie krzywej zmęczeniowej

3.1. Sposób analityczny

Tablica 3. Tablica pomocnicza do analitycznego wyznaczenia krzywej zmęczeniowej

σ_i	N_i	x_i	y_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})y_i$	Y_i	$y_i - Y_i$
Suma			XXXXXX			XXXXX	XXXXX X
$\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2 =$				$\sum_{i=1}^m (y_i - Y_i)^2 =$			

Obliczenia pozostałe:

✓ równanie doświadczalnej linii regresji:

.....

✓ przedział ufności dla teoretycznej linii regresji:

.....

✓ wyznaczenie równań kwantylnej krzywej zmęczeniowej dla $P = 0,01$:

.....

✓ wyznaczenie nieograniczonej wytrzymałości podstawy zęba na zmęczenie dla naprężeń gnących $\sigma_{F\lim}$ odpowiadającej prawdopodobieństwu zniszczenia $P = 0,01$ oraz $P = 0,5$:

.....

.....

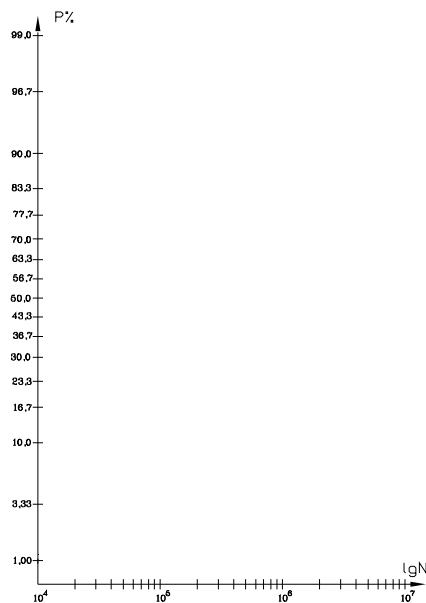
✓ wykreślenie rozkładów logarytmów trwałości zmęczeniowych na siatce prawdopodobieństwa dla rozkładu normalnego:

- ✓ wykreślenie wykresu zmęczenia w ujęciu probabilistycznym:

3.2. Sposób wykreślny

Sposób ten omówiony jest w punkcie 5.2 instrukcji ćwiczenia.

- ✓ wykreślenie wykresu $P\% = f(\lg N)$ - (jak na rys. 3)
 - ✓ wykreślenie wykresu zmęczenia w ujęciu probabilistycznym:
-
- ✓ porównanie wykresów, weryfikacja wyników obliczeń:



Rys. 5. Rysunek pomocniczy z siatką prawdopodobieństwa dla rozkładu normalnego

Data wykonania badania:

Imię i nazwisko

Podpis

Wykonawca badań:

Zatwierdzający:

Opracował: J. Drewniak